کاربرد رگرسیون چندك در شناسايي شكل توزيع رفاه مورد انتظار جوانان

محمد بامني مقدم*، علي‌رضا خوشگويان فرد**

هدف اصلي اين مقاله، آشنا كردن خواننده با كاربرد رگرسيون چندك در تحليل داده هاست. رگرسيون چندك، رابطة چندك دلخواهي از توزيع متغير وابسته را با متغيرهاي تشريحي از طريق مدل آماري تبيين مي كند. در اين مقاله، مدل رگرسيون چندك معرفي و به شيوة برآورد پارامترها اشاره مي شود؛ به قابليت شناسايي شكل توزيع كه مدل رگرسيون معمولي (ميانگين شرطي) آن را دارا نيست، تأكيد مي‌شود؛ در پايان با يك مثال عددي از داده‌هاي رفاه كه در آن براساس يك نمونة تصادفي 684 نفر از جوانان 18 تا 29 سال تهراني انتخاب شده است، تلاش شده است كاربرد رگرسيون چندك براي رفاه تشريح شود و رابطة رفاه مطلوب جوانان (متغير وابسته مدل) با تعداد سال هاي تحصيل آنان (متغير تشريحي مدل) تحت بررسي قرار گيرد.

* دكتراي آمار، عضو هيأت علمي دانشگاه علامه طباطبايي
<bamenimoghadam@atu.ac.ir>

** فوق ليسانس آمار اقتصادي اجتماعي، مدير هماهنگي پژوهش‌هاي مركز تحقيقات صداوسيما

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

کلید واژه‌ها: برآورد حداقل مربعات، حداقل قدر مطلق انحرافات، رگرسیون چندك، رفاه، معیار d کوك، میانگین شرطي

تاریخ دریافت مقاله: 83/7/27 تاریخ پذیرش مقاله: 83/10/28

مقدمه

ابعاد گوناگون پدیده ها در آمار، خود را قالب متغیرهاي تصادفي نشان مي دهند و مطالعه آن‌ها با تعیین توزیع (Distribution) آن‌ها میسر مي شود. براي مثال، وزن نوزادان به عنوان یك پدیده مي تواند متغیري تصادفي محسوب شود و در صورت مشخص بودن توزیع آن، تعیین این که نوزادي داراي وزن طبیعي است، امکان‌پذیر مي‌شود. توزیع متغیر تصادفي تمام اطلاعات لازم در خصوص آن را به دست مي دهد، به طوري که مي توان پدیده ها را تفسیر یا پیش بیني کرد. به عنوان مثال، با داشتن توزیع وزن نوزادان قادریم پیش‌بیني کنیم که تا چ ه اندازه ممکن است کودکاني کم‌وزن داشته باشیم.

در این راستا، معیارهاي آماري گوناگوني وجود دارد که هر یك از توزیع متغیر تصادفي اطلاع متفاوتي در اختیار مي گذارد. براي مثال، واریانس، از نحوة پراکندگي و نما، از قلة آن اطلاعي فراهم مي کند. برخي از معیارها مانند

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

برجستگي (Kurtosis: كشيدگي يا پخي) و چولگي (Skewness: كجي) نيز به شكل توزيع اختصاص دارند . شكل توزيع در متغيرهايي مانند درآمد يا هوش از اهميت ويژه اي برخوردار است . مثلاً اگر توزيع درآمد در جامعه اي چولگي زيادي به چپ داشته باشد، حكايت از وجود افراد محرومي با درآمد بسيار كم دارد. هم‌چنين اگر توزيع نمرات هوش در دانشگاهي متقارن با دم هايي كوتاه باشد، نشان مي‌دهد كه در مجموع، هوش دانشجويان آن دانشگاه معمولي است و افراد باهوش و كم هوش در آن دانشگاه نسبتاً برابرند.

با توجه به آن‌چه گذشت دور از انتظار نيست اگر ادعا كنيم كه استنباط هاي آماري (Statistical Inference) همگي اطلاعي از توزيع يك متغير تصادفي به دست مي‌دهند. براي مثال، آزمون F در تحليل واريانس، مقايسه‌اي بين ميانگين چند توزيع است؛ محاسبه ضريب همبستگي پيرسون (Pearson) و آزمون مربوط به آن اطلاعي از يك توزيع دو متغيره را فراهم مي‌كند؛ مدل هاي رگرسيوني كه در ادامه به آن مي‌پردازيم نيز مانند ديگر روش ها براي بررسي خصوصيات خاصي از توزيع يك متغير تصادفي به كار مي‌روند.

مدل رگرسيون معمولي به تحليل گر كمك مي‌كند تا رابطة ميانگين توزيع متغير تصادفي Y را با

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

تعدادي متغير تشريحي بررسي كند. براي روشن شدن مطلب، يك مدل رگرسيون خطي را تنها با يك متغير تشريحي به اين صورت در نظر مي‌گيريم:

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \qquad \text{مدل } 1$$

در اين مدل رگرسيوني ε_iها، متغيرهاي تصادفي، α و β، پارامترهاي نامعلوم كه بايد برآورد شوند و سرانجام x_iها مقادير معلومي از متغير تشريحي هستند. در صورتي كه $E(\varepsilon_i)=0$ باشد، آن‌گاه مي‌توان مدل شمارة 1 را به صورت دوم بازنويسي كرد:

$$E(Y_i) = \alpha + \beta x_i \qquad \text{مدل}2:$$

كميت $E(Y_i)$ را ميانگين شرطي (Conditional Mean) متغير تصادفي Y مي‌نامند و به همين دليل آن را با $E(Y/x_i)$ نيز نشان مي دهند. بنابراين، مدل شمارة 2 بيان مي‌كند كه ميانگين هاي توزيع Y در سطوح مختلف متغير تشريحي در امتداد يك خط راست قرار دارند. به عبارت ديگر، متغير تصادفي Y در هر سطح از متغير تشريحي داراي توزيعي است كه ميانگين هاي اين توزيع ها روي يك خط راست جاي گرفته اند. يكي از حالاتي كه در آن چنين رابطه اي قطعاً برقرار مي‌شود زماني است كه دو متغير X و Y داراي توزيع نرمال دو متغيره باشند (باز هم صحبت از توزيع

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

است!).

از آن جا که میانگین، یکي از معیارهاي تمرکز است، آگاهي از آن به تنهایي نمي تواند اطلاعات کاملي از شکل توزیع به همر اه داشته باشد. با توجه به این واقعیت، رگرسیون معمولي نیز ممکن است نتواند اطلاعات کافي دربارة شکل توزیع متغیر تصادفيِ تحت مطالعه را ـ در سطوح مختلف متغیر تشریحي ـ به دست دهد. چندكها (Quantiles) معیارهاي دیگري براي توزیع هستند که «در کنار هم» مي‌توانند شکل توزیع را جامع‌تر به تصویر بکشند. براي مثال، اگر دهك هاي توزیعي تقریباً داراي فاصله برابري از یکدیگر باشند، انتظار داریم توزیع «نسبتاً» هموار یا یك‌نواختي داشته باشیم. هم‌چنین اگر دهك هاي بالایي داراي فاصله زیاد و دهك‌هاي پایيني داراي فاصله کمي از یکدیگر باشند، توزیع به سمت راست چوله خواهد بود. اکنون اگر مانند رگرسیون معمولي که براي میانگین به کار مي‌رود، یك شیوة رگرسیوني براي چندك‌ها وجود داشته باشد، قادر خواهیم بود شکل توزیع را در سطوح مختلف متغیرهاي تشریحي به دست آوریم. این همان هدفي است که رگرسیون چندك دنبال مي‌کند.

1) معرفي رگرسیون چندك

همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، مدل رگرسیون معمولي، مانند مدل شمارة 2، براي میانگین شرطي

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

برازش داده مي‌شود. مدل رگرسيون چندك با ايده اي مشابه براي چندك هاي شرطي (Conditional Quantile) به كار مي‌رود. مانند رگرسيون معمولي (ميانگين)، كاربردهايي نظير بررسي رابطه متغيرهاي تشريحي با چندك‌ها و هم‌چنين پيش‌بيني آن‌ها براي اين نوع از رگرسيون نيز امكان پذير است. با وجود اين، شايد مهم‌ترين كاربرد رگرسيون چندك شناسايي شكل توزيع متغير وابسته مدل در سطوح گوناگون متغيرهاي تشريحي باشد؛ اين كار با برازش مدل‌هاي رگرسيوني متعدد، به ازاي چندك هاي مختلف بر يك مجموعه‌داده، صورت مي‌گيرد.

براي ارائة تعريف دقيقي از مدل رگرسيون چندك $\theta \in (0,1)$ام، ابتدا حالت سادة آن را در نظر مي‌گيريم. مدل شمارة 1 را با شرط $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} F(\cdot)$ (تابع F به يك توزيع دلخواه اشاره دارد) در نظر بگيريد. هدف ما يافتن مدلي است كه مثلاً رابطة چندك اول (و نه ميانگين) توزيع Y را با متغير X نشان دهد. در اين صورت، مدل براي چندك $\theta \in (0,1)$ام متغير Y كه با $Q_\theta(Y \mid x_i)$ نشان داده مي‌شود، عبارت است از:

مدل3: $$Q_\theta(Y \mid x_i) = \alpha + \beta x_i + F^{-1}(\theta)$$

تابع فوق، به ازاي $\theta \in (0,1)$هاي مختلف، دسته‌اي از خطوط موازي را به دست خواهد داد كه داراي عرض

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

از مبدأهاي متفاوتي هستند . در صورتي كه $F(\cdot)$ همان توزيع نرمال (يا هر توزيع متقارن ديگري) باشد، به ازاي $\theta = 0.5$، مدل شمارة 3 همان مدل شمارة 2 خواهد بود، زيرا $F^{-1}(0.5) = 0$ ممكن است به يك تغيير مكان نياز باشد . اكنون به تعريف كلي مدل رگرسيون چندك مي پردازيم. براي اين منظور ، فرض كنيد $Y_i = x_i'\beta_\theta + \varepsilon_{\theta i}$ و

مدل 4: $Q_\theta(Y \mid x_i') = x_i'\beta_\theta$ i=1,…,n

كه در آن $x_i' = (1, x_{i1}, ..., x_{ik})$ و $\beta_\theta' = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k)$ به ترتيب برداري از مقادير معلوم و پارامترهاي نامعلوم بوده و $\varepsilon_{\theta i}$ يك متغير تصادفي مشاهده نشدني است. هم‌چنين، $Q_\theta(Y \mid x_i)$ نمايانگر چ ندك شرطي $\theta \in (0,1)$ ام توزيع Y است، بنابراين $Q_\theta(\varepsilon_\theta \mid x_i) = 0$. مدل شمارة 4 را با شرايط گفته شده، مدل رگرسيون خطي چندك θ ام مي‌ناميم.

شيوة برآورد پارامترهاي مدل رگرسيون معمولي بر حداقل كردن مربع باقيمانده هاي (انحرافات) مدل مبتني است كه ر وش حداقل مربعات (Least Squares) ناميده مي‌شود. در اين روش، منحني رگرسيوني به گونه‌اي برازش داده مي شود كه در مجموع، فاصلة نقاط از آن به حداقل برسد . در رگرسيون چندك برخلاف رگرسيون معمولي از حداقل كردن مجموع قدر مطلق موزون براي برآورد پارامترهاي مدل استفاده

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

مي‌شود كه به آن روش حداقل قدر مطلق انحرافات (Least Absolute Deviations) يا LAD گفته مي‌شود. گفتني است كه استفاده از روش LAD كه در مدل رگرسيون چندك به كار مي رود، داراي پيشينه اي طولاني است. در ميانة قرن هجدهم، بوسكويچ (Boscovich) يك مدل خطي دو متغيره را بر اي بررسي بيضوي بودن كره زمين از طريق كمينه كردن قدر مطلق خطاها به كار برد. به دنبال آن، لاپلاس (Laplace) برآورد ضريب زاوية مدل رگرسيوني بوسكويچ را به طور دقيق معرفي و توزيع مجانبي آن را به دست آورد. ظاهراً، اجورث (F. Y. Edgeworth) اولين كسي است كه مدل رگر سيوني ميانه با چند متغير تشريحي را در حالت كلي بررسي كرد. توسعة رگرسيون ميانه براي هر چندك دلخواه نيز به كوشش كانوكر و باست (Koenker and Bassett) در 1978 صورت گرفت. هدف آن‌ها برآورد بردار پارامترهاي $\beta'_\theta = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k)$ در مدل شمارة 4 بود كه براي اين منظور تابع زياني كه در پي مي آيد (قدر مطلق باقي‌مانده‌ها يا انحرافات موزون) نسبت به عناصر β_θ كمينه مي‌شود:

مدل 5:

$$\varphi_\theta(\beta_\theta) = \sum_i w(\theta) \,|\, y_i - x'_i \beta_\theta$$

در اين تابع زيان

$$w(\theta) = \begin{cases} \theta & Y_i \le X'_i \beta_\theta \\ 1-\theta & Y_i > X'_i \beta_\theta \end{cases}$$

موزون كردن قدر مطلق باقيمان ده‌ها در تابع فوق باعث مي شود تا خط برازشي به گونه اي باشد كه

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

$100\theta^*$% داده‌ها تقریباً زیر آن و باقي آن ها بالاي خط قرار گیرند. کمینه کردن رابطة فوق و یافتن برآورد LAD پارامترها با استفاده از روش هاي برنامه‌ریزي خطي و از طریق بسته هاي نرم افزاري صورت مي‌گیرد. در ادامه به ویژگي هاي برآورد LAD اشاره مي‌شود.

1-1) ویژگي‌هاي حداقل قدر مطلق انحرافات (LAD)

الف) در حالت خاص که مدل تنها شامل عرض از مبدأ و $\theta=0.5$ است، کمینه کردن رابطة 5 منجر به کمینه کردن عبارت $\sum|y_i-\beta_0|$ مي‌شود که در این صورت برآورد β_0 همان میانه داده‌ها خواهد بود.

ب) برخلاف روش حداقل مربعات، روش حداقل قدر مطلق انحرافات نسبت به داده هاي دور افتاده (Outliers) استوار (Robust) است. این ویژگي ناشي از آن است که برخلاف اهمیت اندازه باقي مانده‌ها در روش حداقل مربعات، در این روش تنها به علامت باقي‌مانده‌ها توجه نمي شود. بنابراین نه تعداد باقي‌مانده‌هایي که بیش‌تر (مثبت) یا کم‌تر (منفي) از چندك مورد نظرند و نه مقدار بزرگي آن ها در برآوردها اثرگذار است. پس، داده هاي دورافتاده که تأثیر خود را از طریق بزرگي باقي مانده‌ها نشان مي‌دهند، نمي‌توانند برآوردهاي LAD را متأثر سازند.

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

ج) شكل بسته اي براي برآورد پارامترهاي اين مدل وجود ندارد و از روش هاي عددي براي برآورد آن‌ها استفاده مي‌شود. هم‌چنين، جواب‌هاي نهايي مدل رگرسيون چندك مي‌تواند يكتا نباشد. البته يافتن جواب يكتا با انتخاب يك معيار مناسب امكان‌پذير است. براي مثال، مسئلة يافتن ميانة 10 عدد را به ياد بياوريد كه براي اين منظور، ميانگين عدد پنجم و ششم به عنوان ميانه در نظر گرفته مي شد. اين در حالي است كه كلية اعداد بين عدد پنجم و ششم مي‌توانند به عنوان ميانه انتخاب شوند. در واقع، با يك قرارداد (معيار)، ميانة اين اعداد به صورت منحصر به فردي تعيين مي‌شود.

د) وقتي $\varepsilon_{\theta i}$ها متغيرهاي تصادفي iid باشند، خطوط رگرسيوني به ازاي چندك هاي مختلف، موازي خواهند بود (مدل شمارة 3 را به ياد بياوريد).

در رگرسيون چندك نيز مانند رگرسيون معمولي (ميانگين شرطي) مي‌توان استنباط كرد. پاول و بوچنسكي نشان داده اند كه برآورد LAD پارامترها، سازگار و به طور مجانبي نرمال است (Powell, 1989., Buchinsky, 1998). موضوع اخير را براي حالت خاص كه $\varepsilon_{\theta i}$ها هم‌توزيع هستند در قضيه زير بيان مي‌كنيم.

2-1) قضيه

فرض كنيد X يك ماتريس $n\times k$ باشد كه سطر iام آن را x_i' تشكيل مي‌دهد. هم‌چنين تابع چگالي و توزيع

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

$\varepsilon_{\theta i}$ ها به ترتیب f و F باشد. اگر $\underline{\lim}_{n\to+\infty}[(XX')/n]=V$ ، $f\left[F^{-1}(\theta)\right]>0$ ، $g^2(\theta,F)=\frac{\theta(1-\theta)}{[f(F^{-1}(\theta)]^2}$ ، $\beta_\theta^*=(F^{-1}(\theta)+\beta_0,\beta_1,...,\beta_k)'$ و برآورد آن را با b_θ^* نشان دهیم، آن‌گاه

مدل 6: $$\sqrt{n}(b_\theta^*-\beta_\theta^*)\xrightarrow{d}N[0,g^2(\theta,F)V]$$

اکنون با استفاده از این قضیه مي توان دربارة ضرایب مدل رگرسیون چندك استنباط کرد . بر این اساس، آمارة آزمون فرضیة صفر $H_0:A\beta_\theta=l$ که در آن A یك ماتریس معلوم با رتبة کامل سطري و l یك بردار از مقادیر معلوم است، عبارت است از:

مدل 7: $$\lambda=(Ab_\theta-l)'[A(XX')^{-1}A'](Ab_\theta-l)\hat{g}^{-2}$$

این بخش را با بررسي نحوة شناسایي شکل توزیع و با استفاده از رگرسیون چندك پایان مي دهیم. براي این منظور ابتدا مد لهاي متعددي به ازاي چندك‌هاي مختلف بر داده ها برازش داده مي شود. سپس، براي سطوحي از متغیرهاي تشریحي که مدّ نظر است، چندك ها براساس مدل هاي برازشي پیش بیني مي‌شوند و از مقایسة چندك هاي پیش‌بیني شده , به شکل توزیع در آن سطوح از متغیرهاي تشریحي پي مي‌بریم. براي مثال، فرض کنید نه دهك از توزیع متغیر وابسته در سطحي از متغیر تشریحي به صورت حالت اول، دوم یا سوم جدول شمارة 1 پیش‌بیني شده است.

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

جدول 1

دهك	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
حالت اول	3	4	6	7	8	13	19	29	37
حالت دوم	3	8	11	15	19	23	27	32	37
حالت سوم	3	15	22	27	29	31	32	34	37

الف) حالت اول به توزيع چوله به راستي اشاره دارد. به فاصلة بيش تر ميان دهك هاي بالايي در مقايسه با دهك هاي پاييني توجه كنيد . اين نشان مي‌دهد كه 40 درصد از مقادير بزرگ تر متغير در فاصله وسيعي جاي گرفته اند در حالي كه 60 درصد باقي‌مانده از مقادير كوچك‌تر، در فاصلة كوتاه‌تري قرار دارند.

ب) حالت دوم نمايان‌گر يك توزيع نسبتاً هموار است، زيرا فاصله دهك‌ها تقريباً برابر است

ج) حالت سوم وضعيتي عكس حالت اول دارد ؛ يعني توزيع چوله به چپي را نشان مي‌دهد.

آن‌چه از طريق پيش بيني چندك ها با كمك مدل به دست آمد ـ در حالتي كه تنها يك متغير تشريحي در مدل وجود داشته باشد، به كمك رسم خطوط مدل هاي برازشي نيز دست يافتني است . در واقع، بررسي

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

فاصلة خطوط رگرسیوني چندك هاي مختلف نیز مي‌تواند فاصلة چندك‌ها را از یکدیگر در سطوح مختلف متغیر تشریحي نشان دهد.

2) کاربرد عملي

این بخش به ارائة یك مثال عددي از رگرسیون چندك اختصاص دارد. یازده مدل رگرسیون چندك همراه با رگرسیون معمولي براي بررسي رابطة رفاه درخواستي افراد (متغیر وابستة مدل) با تعداد سال هاي تحصیل آنان (متغیر تشریحي مدل) به کار مي رود. رفاه مطلوب و تعداد س ال‌هاي تحصیل به ترتیب با INDEX و EDU نشان داده خواهند شد. داده‌ها به یك نمونة تصادفي 684 نفري از جوانان 18 تا 29 سال تهراني اختصاص دارد که با روش نمونه‌گیري خوشه‌اي سه مرحله اي (Three-stage Cluster Sampling) در سال 1381 گردآوري شده است. شایان ذکر است که رفاه درخواست شد. با شاخصي که حاصل از ترکیب 33 سؤال یك پرسشنامه است، سنجیده شده است. گفتني است مقدار این شاخص از 0 تا 4 تغییر مي‌کند، به طوري که هرچه مقدار آن بیش‌تر مي‌شود بر انتظارات بیش‌تري نیز دلالت دارد.

کار را با برازش یك مدل رگرسیون خطي معمولي با روش حداقل مربعات بر داده ها آغاز مي کنیم. برآورد پارامترهاي مدل (عرض از مبدأ و ضریب متغیر تعداد سال هاي تحصیل) در جدول شمارة 2

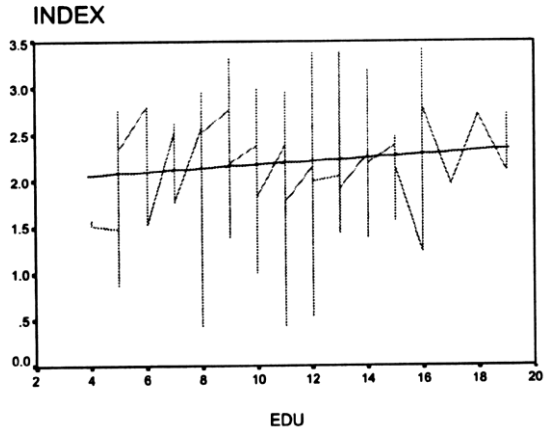
[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

ديده مي‌شود؛ بر اين اساس مدل برازشي عبارت است از:

$$E(\hat{INDEX}_i) = 1.99 + 0.0189EDU_i$$

كه در آن $E(\hat{INDEX}_i)$ برآورد ميانگين توزيع رفاه درخواستي به ازاي EDU_i سال تحصيل است. نمودار پراكنش (Scatter Plot) داده‌ها همراه با خط برازش داده شده در شكل شمارة 1 ارائه شده است.

شكل 1: خط رگرسيوني برازشي و نقاط مشاهده شده

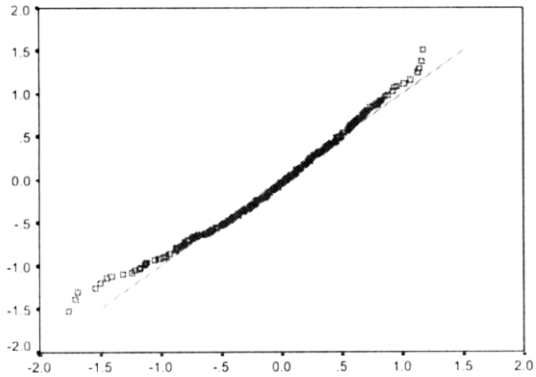


با توجه به وجود تعداد زيادي داده دورافتاده اشاره (Cook's D) » داشت. همچنين ترسيم نمودار Q-Q (Quantile-Quantile Plot) در شكل شمارة 2 براي بررسي نرمال بودن توزيع باقي‌مانده‌هاي مدل، انحراف از توزيع نرمال را نشان مي‌دهد. آزمون كلموگرف ـ اسميرنف (Kolmogorov Smirnov Test) نيز فرضية نرمال بودن اين توزيع را رد

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

مي‌كند. تمام اين موارد حكايت از نامناسب بودن مدل رگرسيون معمولي دارد.

شكل 2: نمودار Q-Q براي باقي‌مانده‌هاي مدل رگرسيوني برازشي



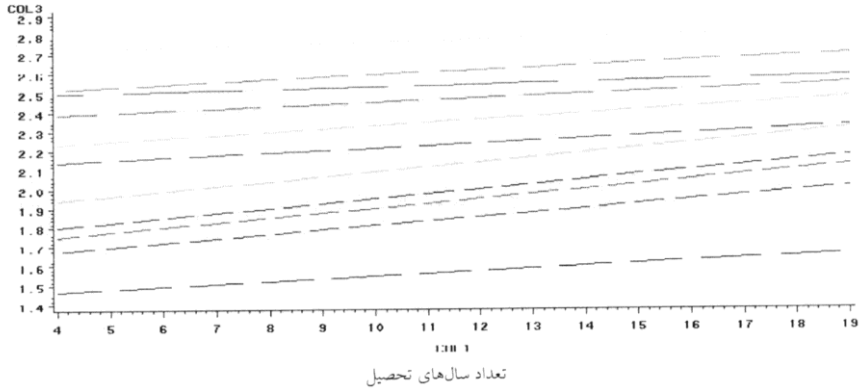
اكنون به برازش مدل هاي رگرسيون چندك به ازاي يازده چندك مختلف به كمك برنامه اي كه در محيط IML از نرم افزار SAS نوشته شده است، مي پردازيم (برنامه در پيوست ارائه شده است). اين برنامه براي مدل 3 و براساس الگوريتمي است كه باست و كونكر در 1982 تهيه كرده‌اند (Bassett & Koenker, 1982). گفتني است وقتي اين چندك، همان ميانه باشد، الگوريتم سريع‌تري از طرف مدسن و نيلسن پيشنهاد شده است كه در SAS/IML در قالب روال LAV (Routine)

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

استفاده مي‌شود (Madsen & Nielsen, 1993).

در مجموع، يازده مدل به ازاي يازده چندك 0/1، 0/2، 0/25، 0/3، 0/4، 0/5، 0/6، 0/7، 0/75، 0/8، 0/9 بر داده ها برازش داده شد. برآورد پارامترهاي اين مدل‌ها در جدول شمارة 1 ارائه شده است. شكل شمارة 3 نيز خطوط برازش داده شده را نشان مي‌دهد (خطوط از پايين به بالا مربوط به چندك‌هاي 0/1 تا 0/9 هستند).

شكل ۳: يازده خط برازشي رگرسيون چندك



بنابراين، مثلاً، مدل برازش داده شده براي چندك 0/2 عبارت است از

$$\hat{Q}_{i,0.2} = 1.58 + 0.0225 EDU_i$$

كه در آن $\hat{Q}_{i,0.2}$ برآورد چندك 0/2 توزيع رفاه

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

درخواستي، به ازاي EDU_i سال تحصيل است (در شكل شمارة 3، خط دوم از پايين، مربوط به اين مدل است). پس برآورد چندك 0/2 براي افراد با 19 سال تحصيل برابر است با

$$2.0075=1.58+0.0225\times19$$

بنابراين مي‌توان انتظار داشت كه 20 درصد از افراد با 19 سال تحصيل، داراي شاخص انتظارات كم‌تر از 2/0075 و 80 درصد بيش از آن باشند. به همين ترتيب براساس مدل چندك 0/9، انتظار داريم 90 درصد از افراد با 19 سال تحصيل داراي شاخص انتظارات كم‌تر از 2/8249 و 10 درصد بيش از آن باشند. پس تقريباً 70 درصد از اين افراد داراي شاخصي بين 2/0075 و 2/8249 هستند. توجه كنيد كه چنين تحليل هايي تنها با مدل هاي رگرسيون چندك قابل انجام است و مدل هاي رگرسيون معمولي چنين قابليت‌هايي را ندارند. اكنون به يافته هاي حاصل از برازش اين مدل‌ها مي‌پردازيم:

2-1) يافته‌هاي حاصل از برازش

الف) شكل شمارة 1 حاكي از آن است كه خط رگرسيون نمي تواند پيش بيني‌كنندة مناسبي براي شاخص انتظارات باشد. زيرا با توجه به پراكندگي زياد داده ها در برخي از سطوح تعداد سال هاي

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

تحصيل، ميانگين نمي‌تواند اين شاخص را براي اين سطوح به خوبي پيش بيني كند. براي مثال در اين شكل افرادي را با 8 يا 12 سال تحصيل ملاحظه كنيد.

ب) مثبت بودن شيب خطوط در شكل شمارة 3 يعني ضريب تعداد سال هاي تحصيل، نشان دهندة رابطة مستقيم بين متغير وابسته و تشريحي است. بنابراين، با افزايش تعداد سال‌هاي تحصيل، مقدار هر يك از يازده چندك شاخص انتظارات نيز افزايش مي‌يابد. بر اساس چندك هاي برازشي، سال هاي تحصيل بر چندك‌هاي پايييني بيش‌تر از چندك هاي بالايي اثر دارد.

ج) براي افراد با تحصيلات بيش تر، فاصلة كم چندك‌هاي بالايي (چندك 0/9، 0/8، 0/75 و 0/6) در مقايسه با چن‌دك‌هاي پايييني نشان مي‌دهد كه فشردگي داده‌ها در بخش بالايي زياد است. به عبارت ديگر، در سمت راست توزيع شرطي، فشردگي بيش تري در مقايسه با سمت چپ وجود دارد. بنابراين، با افزايش تعداد سال هاي تحصيل، توزيع شرطي شاخص مطلوب، چوله به چپ مي‌شود.

د) مي‌توان پيش‌بيني كرد كه مثلاً 70 درصد (از دهك 0/2 تا 0/9) افراد با 19 سال تحصيل داراي شاخصي بين 2/0075 و 2/8249 هستند، در حالي كه اين فاصله براي افرادي با 4 سال تحصيل از 1/67 تا 2/7184 است.

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

جدول 1: مشخصات مدل‌هاي رگرسيوني

مدل		برآورد پارامترهاي مدل		مجموع قدرمطلق موزون خطاها
		عرض از مبدأ	تعداد سال‌هاي تحصيل	
رگرسيون معمولي		1/99	0/0189	—
رگرسيون چندك	0/1	1/42	0/0129	66
	0/2	1/58	0/0225	99
	0/25	1/65	0/025	110
	0/3	1/7	0/025	118
	0/4	1/87	0/025	127
	0/5	2/09	0/0129	128
	0/6	2/16	0/0166	122
	0/7	2/34	0/0113	108
	0/75	2/47	0/0063	98
	0/8	2/47	0/0125	86
	0/9	2/69	0/0071	52

3) نتيجه‌گيري

اين مقاله نشان داد كه رگرسيون چندك نه تنها مي‌تواند جانشين مناسبي براي رگرسيون ميانگين باشد (با جانشين كردن ميانه به جاي ميانگين)، بلكه در برخي از حالات، اطلاعات بيشتري (شكل توزيع) را در مقايسه با رگرسيون ميانگين در

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

اختيار تحليلگر قرار مي‌دهد. در بخش قبل ديده شد كه رگرسيون ميانگين به سبب وجود داده هاي دورافتاده و انحراف از متعادل بودن و هم چنين پراكندگي زياد متغير پاسخ در برخي از سطوح متغير تشريحي، از اعتبار لازم برخوردار نبود؛ در حالي كه رگرسيون چندك، يافته‌هاي مفيدي را به دست داد.

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]

منـابـع
References

1. Bassett, G. and Koenker, R. (1982). **"An Empirical Quantile Function for Linear Models with iid Errors"**. Journal of American Statistical Association, Vol. 77, No.378: 407-415.
2. Buchinsky, M. (1998). **"Recent Advances in Quantil Regression Models: A Practical Guideline for Empirical Research"**. Journal of Human Resources, 33(1): 88-126.
3. Koenker, R. and Bessett, G. (1978). **"Reggression Quantiles".** Econometrica, 46: 33-50.
4. Madsen, K. And Nielsen, H. B. (1993). **"A Finite Smoothing Algorithm for Linear L1 Estimation"**. SIAM Journal Optimization, Vol. 3: 223-235.
5. Powell, J. (1989). **"Least Absolute Deviation Estimation of the Censored Regression Model"**, Journal of Econometrics, 25: 303-325.

[Downloaded from refahj.uswr.ac.ir on 2026-02-12]